

# Hill Estimator untuk Mendeksi Cacat Sederhana pada *Texture*

Siana Halim

Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra Surabaya

Jl. Siwalankerto 121-131 Surabaya

Email: [halim@petra.ac.id](mailto:halim@petra.ac.id)

## Abstrak

Pada makalah ini akan dipaparkan sebuah metode untuk mendeksi cacat sederhana pada *texture*. Cacat sederhana yang dimaksudkan di sini adalah cacat yang dapat dideteksi pada histogram dari *image* dengan menggunakan *thresholding point*. Hill estimator akan digunakan untuk menentukan *thresholding point* secara otomatis. Selain itu akan digunakan kernel density estimator sebagai pengganti image histogram.

Kata kunci: *Texture*, *Hill estimator*, *kernel density estimate*, *thresholding point*.

## PENDAHULUAN

Pada dasarnya, *texture* adalah penampakan visual yang merepresentasikan informasi spasial yang terdapat pada permukaan sebuah obyek (Haindl [4]). Berdasarkan sifat regularitasnya, *texture* dapat diklasifikasikan atas tiga bagian, yaitu, regular, random dan semi random texture (lihat Gambar 1)



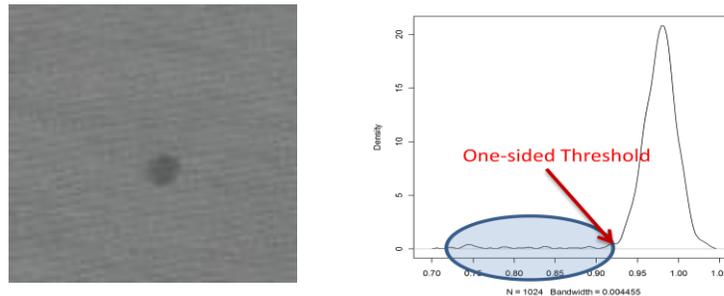
Gambar 1. Klasifikasi texture: (a) regular, (b) random dan (c) semi random

Mendapatkan cacat pada *Texture* secara otomatis, saat ini merupakan kebutuhan untuk menjawab tantangan *zero defect* pada proses produksi yang berkaitan langsung dengan *Texture*.

Automatisasi visual ini dimaksudkan untuk menggantikan proses *quality control* yang biasanya dilakukan oleh mata manusia dengan kamera beserta perangkat lunaknya. Oleh sebab itu, saat ini penelitian-penelitian di bidang ini telah banyak dilakukan, misalnya Cavalin, *et al.*[1], mengembangkan metode pendeksi cacat pada *texture* kayu. Yang, *et al.* [7] memaparkan metode untuk mendeksi cacat pada *fabric* dengan mengaplikasikan *adaptive wavelet*. Franke dan Halim

[2,3], menggunakan pendekatan secara statistics dengan melakukan bootstrap testing hipotesa pada signal.

Pada makalah ini, uraian tentang pendeksian cacat pada texture akan diberikan, terutama untuk mendeteksi cacat yang sederhana. Cacat sederhana yang dimaksudkan di sini adalah cacat yang dapat dideteksi pada histogram dari *image* dengan menggunakan *thresholding point*. Biasanya densitas dari cacat seperti ini akan memiliki distribusi yang miring, entah ke kiri (*gray level* gelap) ataupun ke kanan (*gray level* terang) tergantung pada area yang cacat. Bila cacat area lebih gelap dari yang tidak cacat, maka distribusi dari *gray level*-nya akan miring ke kiri, dan sebaliknya (Gambar 2).



Gambar 2. Contoh cacat sederhana dan distribusi gray-levelnya

Pada umumnya distribusi dari gray level didekati dengan menggunakan histogram, paparan kali ini akan menggunakan pendekatan kernel densitas agar didapat distribusi yang lebih mulus (*smooth*). Titik thresholds akan ditentukan dari densitas tersebut. Metode ini akan dijelaskan pada bagian kedua dari makalah ini. Beberapa hasil eksperimen akan diberikan bagian selanjutnya, sedangkan kesimpulan serta catatan untuk penelitian selanjutnya akan diberikan sebagai penutup dari makalah ini.

## METODE

Pada bagian ini akan dipaparkan secara singkat tentang *kernel density estimate* (kde), penjelasan secara detail dapat dilihat pada Wand dan Jones [8]. Selanjutnya, Hill estimator [5] akan dieksplorasi sebagai metode untuk mendeteksi cacat sederhana pada *texture*.

## Kernel Density Estimate (KDE)

Misalkan  $(x_1, \dots, x_n)$  adalah *identical independent distributed* (iid) sampel yang diperoleh dari suatu distribusi dengan densitas  $f$  tak diketahui. Estimasi dari bentuk fungsi  $f$ , dapat didekati dengan menggunakan *kernel density estimator*, yaitu

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - x_i) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (1)$$

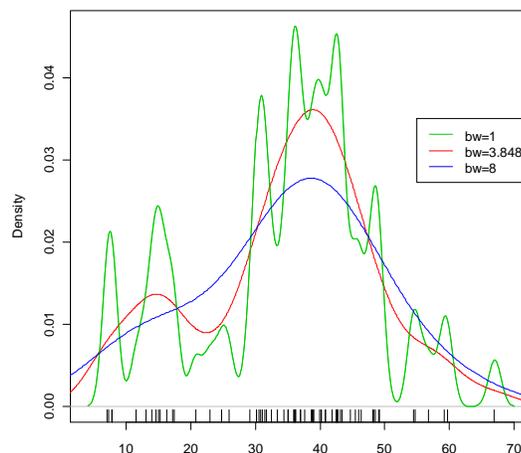
dimana  $K(\cdot)$  adalah fungsi kernel dan  $h$  adalah *bandwidth*.

Beberapa sifat dari KDE adalah (a)  $K$  harus simetri dan memiliki maksimum di 0 dan juga  $\int K(u)du = 1$ , sehingga  $K$  memiliki sifat dari fungsi kepadatan densitas. (b)  $\int uK(u)du = 0$ ,  $\int K^2(u)du < \infty$  dan  $\int u^2K(u)du < \infty$ . (c)  $K_h(\cdot)$  mewakili  $h^{-1}K(\cdot/h)$  untuk kernel  $K$ .

Beberapa fungsi kernel yang sering digunakan adalah *rectangular kernel*:  $K_R(u) = \frac{1}{2}I_{(-1,1)}(u)$  ;

Gaussian kernel:  $K_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$  dan *Epanechnikov kernel*:  $K_E(x) = 0.75(1 - x^2), |x| \leq 1$

Sangatlah umum diketahui bahwa pilihan terhadap fungsi kernel tidak akan mengubah estimasi secara signifikan. Namun, pilihan terhadap *bandwidth* sangatlah mempengaruhi estimasi terhadap fungsi densitas. Apabila *bandwidth* terlalu kecil maka bias dari kernel estimator akan kecil, tetapi variansnya akan meningkat, dan sebaliknya (Gambar 4). Lebih lanjut lagi, bandwidth terlalu kecil akan membuat kernel estimator menjadi bergerigi, dan apabila bandwidth tersebut terlalu besar akan membuat kernel estimator menjadi terlalu mulus. Tantangan untuk mendapatkan bandwidth optimal harus mengkompromikan bias dan varians pada KDE.



**Gambar 4** Kernel density estimate dengan bandwidth yang berbeda

Hal ini dapat terjawab melalui *mean square error* (MSE) dari estimator tersebut, karena secara definisi

$$\begin{aligned}
 MSE_x &= \mathbb{E} \left[ \left( \hat{f}(x) - f(x) \right)^2 \right] \\
 &= \mathbb{E} \left[ \left( \hat{f}(x) - \mathbb{E}[\hat{f}(x)] + \mathbb{E}[\hat{f}(x)] - f(x) \right)^2 \right] \\
 &= \left( \mathbb{E}[\hat{f}(x)] - f(x) \right)^2 + \mathbb{V}[\hat{f}(x)] \\
 &= Bias[\hat{f}(x)]^2 + Variance[\hat{f}(x)]
 \end{aligned} \tag{2}$$

Integral dari (2) didapatkan

$$MISE_x = \mathbb{E} \left[ \int \left( \hat{f}(x) - f(x) \right)^2 dx \right] = \int \mathbb{E} \left[ \left( \hat{f}(x) - f(x) \right)^2 \right] dx \tag{3}$$

Bias dan varians dari (3) dapat dituliskan secara berturutan sebagai berikut:

$$Bias \left( \hat{f}(x) \right) = \frac{1}{2} h^2 f''(x) k_2 + O(h^4) \tag{4}$$

$$\mathbb{V}[\hat{f}(x)] = \frac{f(x)R(K)}{nh} - \frac{f(x)^2}{n} + O\left(\frac{h}{n}\right) \tag{5}$$

dimana  $k_2 = \int t^2 K(t) dt \neq 0$ ;  $R(K) = \int K(t)^2 dt$

Substitusikan persamaan (4) dan (5) ke persamaan (3) dan biarkan  $n \rightarrow \infty$  maka MISE asimptotik akan didapatkan sebagai berikut:

$$AMISE(h) = \frac{1}{nh} R(K) + h^4 R(f'') K_2^2 \tag{6}$$

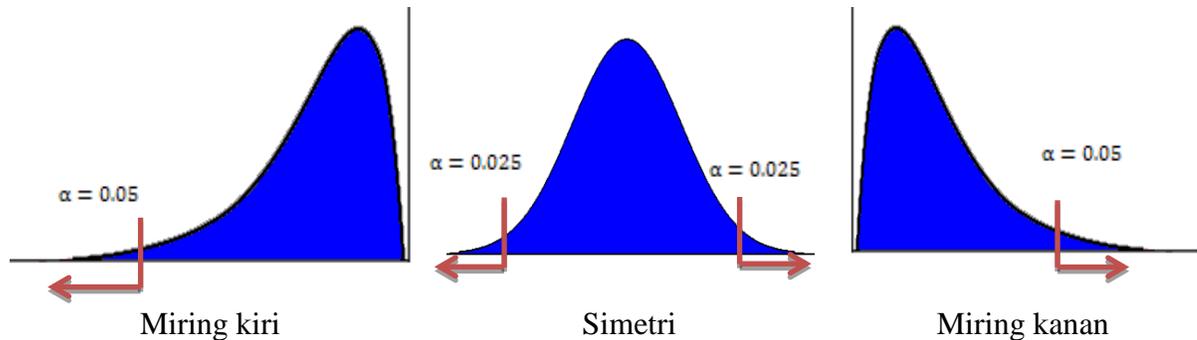
Dengan menarik derivative para persamaan (6) terhadap  $h$  dan menyelesaikan persamaan derivative ini terhadap nol, maka akan didapatkan *global bandwidth optimal*. *Global bandwidth* yang dimaksudkan di sini adalah bandwidth yang diturunkan akan sama untuk seluruh fungsi estimasi.

$$h_{AMISE} = \left[ \frac{R(K)}{nR(f'')K_2^2} \right]^{1/5} \sim n^{-1/5} \tag{7}$$

### Threshold Sederhana

Tergantung pada bentuk distribusi dari gray level, threshold satu sisi (jika distribusi dari gray level miring ke kiri atau ke kanan) ataupun dua sisi (bila bentuk dari distribusi simetri) dapat ditentukan (Gambar 3). Misalkan  $t$  adalah nilai *threshold*, maka bila bentuk dari distribusi adalah miring ke kiri, nilai *threshold* tersebut adalah batas atas dari integral  $\int_{-\infty}^t f(x) dx \leq \alpha$ , dimana  $f(x)$  adalah fungsi densitas yang dapat didekati dengan fungsi kernel densitas (1),  $\alpha$  diasumsikan sebagai probabilitas *gray level* dari area yang cacat, misalnya,  $\alpha = 0.05$ . *Threshold* untuk

distribusi yang miring ke kanan ditentukan melalui  $\int_t^\infty f(x)dx \leq \alpha$ , dan untuk distribusi simetri dengan  $\int_{t_1}^\infty f(x)dx \leq \alpha/2$ ; dan  $\int_{-\infty}^{t_2} f(x)dx \leq \alpha$ .



Gambar 3 *Threshold* sederhana

Tentu saja *threshold* sederhana ini tergantung pada nilai  $\alpha$  yang harus ditentukan terlebih dahulu., dan belum tentu dapat dengan tepat merepresentasikan probabilitas dari daerah yang cacat pada *texture*. Untuk itu diperlukan suatu pendeteksi *threshold* secara otomatis yang merepresentasikan daerah cacat tersebut. Hal ini akan dapat diselesaikan dengan menggunakan Hill Estimator yang akan dijelaskan pada sub bab berikut ini.

### Hill Estimator

Misalkan  $X^{(1)}, \dots, X^{(n)}$  dari distribusi  $F$  memiliki *algebraic tail*  $1 - F(X) \sim Cx^{-\alpha}$  bila  $x \rightarrow 0$ , maka  $X^{(1)}$  merupakan *reversed order statistics*,  $\alpha$  disebut sebagai *upper tail index*.

Hill [5], memperkenalkan estimator

$$\alpha_H^{(r)} = \frac{r+1}{\sum_{i=1}^r i \ln\left(\frac{x^{(i)}}{x^{(i+1)}}\right)} \quad (8)$$

dimana  $r + 1$  adalah jumlah observasi di atas *threshold*  $T$ . Persamaan (8) membutuhkan pilihan  $r$ .

### Menentukan nilai $r$

Untuk menentukan nilai  $r$  akan digunakan theorema representasi Renyi, sebagai berikut:

$$x^{(i)} = F^{-1} \left[ \text{Exp} - \left( \frac{e_1}{n} + \frac{e_2}{n-1} + \dots + \frac{e_i}{n-i+1} \right) \right] \quad (9)$$

dimana  $e_i \sim \exp(\lambda = 1)$  secara identik.

Selanjutnya akan digunakan teori dasar dari *rank statistics* yang menyebutkan bahwa  $F(X) \approx U$  dan  $\log U \approx e$ . Melalui invers dan penyelesaian dari  $e_i$  didapatkan

$$e_i = (n - i + 1) \left( \ln F(X^{(i-1)}) - \ln F(X^{(i)}) \right) \quad (10)$$

Secara definisi  $F(X^{(0)}) = 1, i = 1, \dots, n$

Sekarang (8) dapat diformulasikan sebagai

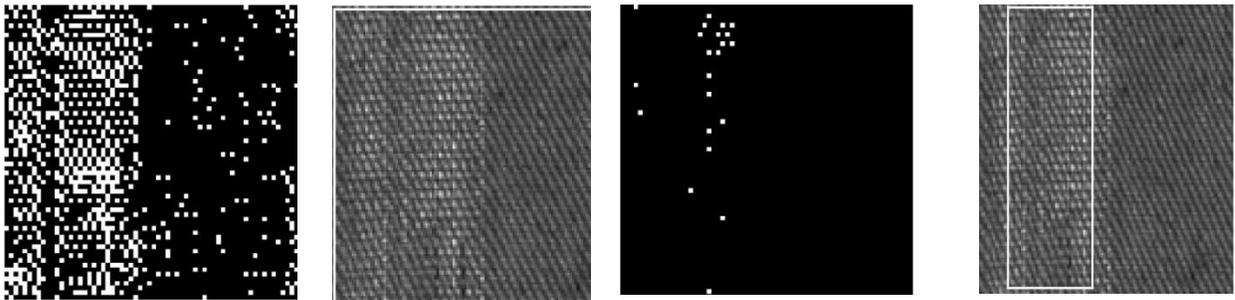
$$\alpha_r = (r^{-1} \sum_{i=1}^r iV_i)^{-1} \text{ dan } V_i = \ln \left( \frac{X^{(i)}}{X^{(i+1)}} \right) \text{ for } i = 1, \dots, n - 1. \quad (11)$$

Uji hipotesa terhadap  $iV_i$  muncul dari distribusi exponential untuk  $i = 1, \dots, r$ . Bila hipotesa  $iV_i$  ditolak pada nilai  $r$  tertentu maka disitulah nilai *threshold* diperoleh (Hsieh, [6]).

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil perbandingan dari kedua pendekatan di atas untuk sebuah image, memberikan performansi yang berbeda. Pertama, digunakan threshold sederhana untuk mendeteksi cacat area pada texture. Namun, percobaan ini belum mampu mendeteksi cacat area walaupun telah digunakan rentang nilai probabilitas gray level yang cukup besar (pemilihan  $\alpha$  besar, hingga  $\alpha$  kecil). Pixel pada daerah cacat tersebar pada seluruh image. (Gambar 4a)

Selanjutnya, digunakan hill estimator, dan didapatkan bahwa nilai  $r$  berhenti pada titik ke-20. Pixel pada daerah cacat dapat terkelompok pada satu daerah saja. (Gambar 4b).

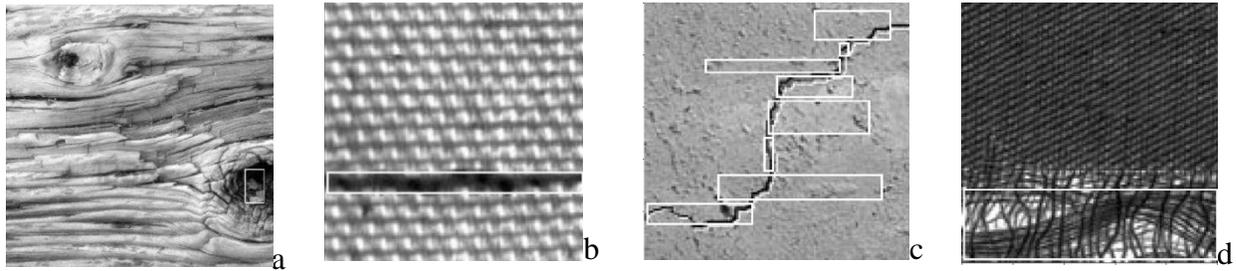


a. Threshold sederhana  $\alpha = 0.001$ – gagal mendeteksi cacat      b. Hill estimator dengan  $r = 20$

Gambar 4. Perbandingan antara metode *threshold* sederhana dan *Hill estimator*.

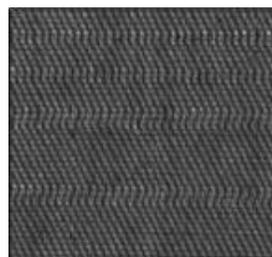
Apabila pada sebuah texture terdapat cacat lebih dari satu, maka dapat digunakan teknik clustering pada statistik multivariat untuk mendeteksi letak kecacatan tersebut. Berikut diberikan beberapa contoh dari pedeteksian cacat pada texture (Gambar 5). Terlihat metode ini dapat

mendeteksi cacat sederhana pada texture, bahkan bila cacat tersebut terjadi pada banyak area (Gambar 5c).

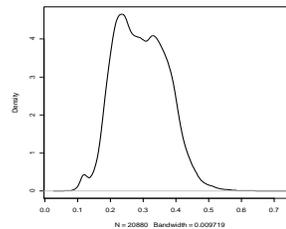


Gambar 5. Contoh pendeteksian cacat pada *texture*

Namun, metode ini akan gagal untuk mendeteksi cacat bila cacat yang terjadi merupakan cacat pada pola (*pattern*). Hal ini disebabkan, distribusi cacat pada pola tidak menunjukkan kecenderungan untuk miring ke kiri ataupun ke kanan. Artinya cacat tersebut terjadi bukan karena adanya perbedaan gray-level yang cukup mencolok dari daerah yang tidak cacat (Gambar 6). Terlihat pada Gambar 6b, bahwa densitas dari gray-level tidak memiliki ekor (tail) yang memanjang, ataupun miring ke kiri atau ke kanan. Untuk itu diperlukan metode lain agar cacat pola ini dapat terdeteksi.



a. Cacat pada pola



b. Densitas dari image a

Gambar 6. Contoh cacat pada pola

## KESIMPULAN

Pada makalah ini telah diuraikan Hill estimator untuk mendeteksi cacat sederhana pada texture. Bila dikombinasikan dengan metode clustering pada statistik multivariate, metode ini mampu untuk mendeksi lebih dari satu cacat pada texture. Namun demikian, bila kecacatan yang timbul pada texture muncul karena pola yang berubah, metode ini belum mampu mendeteksinya.

Diperlukan alat pendeteksi kecacatan yang lain untuk mampu mengatasi masalah di atas. Hal tersebut akan menjadi tujuan dari penelitian selanjutnya.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini dilaksanakan di Lab. Kawanaka, Sophia University Tokyo melalui *Sophia University Lecturing and Research Grant*. Penulis mengucapkan terima kasih kepada Prof. Akira Kawanaka atas ide dan diskusi yang bermanfaat untuk penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

1. Cavalin, P., Oliveira, L. S., Koerich, A. L., and Britto Jr, A.S., Wood Defect Detection using Grayscale Images and an Optimized Feature Set. *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32<sup>nd</sup> Annual conferenceProceeding*, Paris 2006.
2. Franke, J., and Halim, S., Wild Bootstrap Tests: Regression Models for Comparing Signal and Images, *IEEE Signal Processing Magazine*, July 2007, pp. 31-37.
3. Franke, J., and Halim, S., A Bootstrap Test for Comparing Images in Surface Inspection, presented at DFG-Priority Program 1114 Technical Report 150. [Online] Available: [www.math.uni-bremen.de/zetem/DFG-Schwerpunkt/](http://www.math.uni-bremen.de/zetem/DFG-Schwerpunkt/)
4. Haindl, M., *Texture Synthesis*, *CWI Quaterly*, 1991, pp. 305-331.
5. Hill, B. M., A Simple General Approach to Inference about the Tail of Distribution. *Annals of Statistics*, 3, 1975, pp. 1063-1174.
6. Hsieh, P. H., Robustness of Tail Index Estimation, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 8(2), 1999, pp.318-332.
7. Yang Xue Zhi; Pang, G. K. H and Yung, N.H.C, Fabric defect detection using adaptive wavelet, *Acoustics, Speech and Signal Processing, Proceedings (ICASSP`01)*, Salt Lake city USA, 2001.
8. Wand, M.P and Jones, M.C; *Kernel Smoothing*, Chapman & Hall, 1995.