

PENGEMBANGAN PROGAM PERHITUNGAN BERBASIS INTERNET UNTUK PEMBELAJARAN METODE ELEMEN HINGGA

Wong Fock Tjong¹ dan Liliana²

¹Program Pascasarjana Magister Teknik Sipil, Universitas Kristen Petra, Jl. Siwalankerto 121-131 Surabaya
Email: wftjong@petra.ac.id

² Program Studi Teknik Informatika, Universitas Kristen Petra, Jl. Siwalankerto 121-131 Surabaya
Email: lilian@petra.ac.id

ABSTRAK

Metode elemen hingga (MEH) merupakan metode perhitungan yang luas digunakan dalam bidang rekayasa dan kelimuan sehingga telah menjadi bagian kurikulum pendidikan banyak program studi bidang rekayasa. Agar mahasiswa dapat mempelajari MEH secara efisien diperlukan alat bantu perhitungan MEH. Tulisan ini membahas pengembangan dan fitur edukatif program perhitungan berbasis internet untuk alat bantu pembelajaran mata kuliah MEH di Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra, Surabaya. Pengembangan program dilakukan dalam dua tahap, yaitu program untuk analisis struktur rangka dua dimensi dan program untuk analisis tegangan/regangan bidang. Elemen-elemen yang dipakai adalah elemen-elemen yang dibahas dalam mata kuliah MEH, yakni elemen rangka dua dimensi, elemen segitiga regangan konstan dan elemen isoparametrik segiempat empat-titik. Hasil pengembangan progam dapat diakses di situs ta29.petra.ac.id untuk analisis struktur rangka dan di situs ta36.petra.ac.id untuk analisis tegangan/regangan bidang. Kebenaran hasil perhitungan program-program ini telah diverifikasi dengan membandingkan hasil perhitungannya dengan hasil dari software komersial SAP2000. Kelebihan program ini adalah dapat menampilkan langkah-langkah perhitungan analisis statik linier secara rinci sehingga cocok digunakan untuk pembelajaran MEH. Kedua program yang tersebut dapat diakses siapa saja yang ingin yang memanfaakannya untuk pembelajaran MEH, khususnya untuk memahami langkah-langkah perhitungan metode kekakuan langsung.

Kata Kunci: metode elemen hingga, struktur rangka, tegangan/regangan bidang, elemen rangka, elemen segitiga regangan konstan, elemen isoparametrik segiempat empat-titik, analisis statik linier

1. PENDAHULUAN

Metode elemen hingga (MEH) merupakan metode numerik yang paling luas digunakan saat ini di berbagai bidang rekayasa dan ilmu pengetahuan sebagai alat bantu dalam proses desain dan evaluasi produk atau untuk memahami suatu fenomena fisik (Bathe 1996; Cook et al. 2002; Felippa 2013). Kenyataan ini tercermin dari banyaknya *commercial software* bidang rekayasa yang perhitungannya berdasarkan MEH, mulai dari *general purpose software* seperti Abaqus (“Abaqus Overview - Dassault Systèmes” n.d.), Adina (“ADINA - Finite Element Analysis Software” n.d.), Ansys (“ANSYS - Simulation Driven Product Development” n.d.), *software* yang ditujukan untuk analisis dan desain sruktur bangunan seperti SAP2000 (Computers & Structures n.d.) sampai program-program khusus untuk penelitian, misalnya OpenSees (“Open System for Earthquake Engineering Simulation - Home Page” n.d.) dan Seismostruct (“SeismoSoft - SeismoStruct” n.d.) untuk penelitian dalam bidang rekayasa bangunan tahan gempa.

Karena MEH telah menjadi metode perhitungan yang penting dalam bidang rekayasa, maka metode ini telah masuk dalam kurikulum pendidikan tingkat S1, S2, dan S3 bidang rekayasa di banyak perguruan tinggi di berbagai negara, termasuk di Indonesia. Di Universitas Kristen Petra, mata kuliah MEH ditawarkan sebagai salah satu mata kuliah pilihan di program studi tingkat S1 Teknik Sipil dan Teknik Mesin, dan mata kuliah wajib di Program Pascasarjana Magister Teknik Sipil bidang studi Rekayasa Struktur.

Salah satu tujuan utama pembelajaran MEH adalah memahami konsep dasar dan prosedur perhitungan MEH. Untuk mencapai tujuan ini secara efektif seorang pelajar perlu mendapatkan pengalaman mengerjakan proses-proses perhitungan dalam MEH secara manual, dibantu dengan program komputer yang dapat memproses perhitungan-perhitungan matriks (Welch and Ressler 2002). Dengan program ini, pelajar akan dapat mencoba dan mendemonstrasikan langkah-langkah perhitungan secara cepat (efisien waktu).

Saat ini proses belajar-mengajar dengan memanfaatkan teknologi internet sudah berkembang dan diintegrasikan dengan cara belajar konvensional (Littlejohn and Pegler 2007). Telah terdapat beberapa situs internet yang dikembangkan untuk mempelajari dan melakukan analisis metode elemen hingga melalui internet. Situs yang dikembangkan oleh G. Nikishov <http://web-ext.u-aizu.ac.jp/~niki/javaappl/index.html> berguna untuk memperagakan proses *assembly* secara visual. Situs <http://engineering-education.com/miniFEA/about.htm> dikembangkan oleh P.S. Steif untuk membantu mempelajari metode elemen hingga. Terdapat juga situs yang mengarah ke konsultan profesional untuk analisis struktur dengan metode elemen hingga seperti <http://www.onlinefeasolver.com/index.php>. Pengembangan kerangka analisis metode elemen hingga berbasis internet telah dikembangkan oleh Chen & Lin (2008). Pengembangan situs khusus untuk melakukan *post-processing* metode elemen hingga dipresentasikan oleh Weng (2011). Walaupun demikian, situs-situs tersebut tidak sepenuhnya cocok dengan kebutuhan pembelajaran MEH di Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra (Sipil UK Petra).

Selain itu, meskipun saat ini telah tersedia banyak program MEH, baik yang komersial maupun yang nonkomersial, namun program-program yang ada hanya menampilkan hasil akhir saja tanpa rincian perhitungan MEH langkah demi langkah. Karena itu program-program ini, meskipun secara praktis sangat berguna, kurang dapat membantu pelajar pemula MEH dalam memahami prosedur perhitungan MEH.

Termotivasi oleh manfaat dan potensi teknologi internet untuk pembelajaran dan penelitian MEH, maka penulis (yang juga pengajar kelas MEH Sipil UK Petra) dan tim peneliti (Pontjoharyo & Wijaya, 2014; Virgin & Soekresno, 2013; Wong & Liliana, 2014) telah mengembangkan program perhitungan berbasis internet untuk alat bantu pembelajaran MEH. Ruang lingkup program adalah untuk perhitungan analisis statik linier struktur rangka dua dimensi dan analisis tegangan/regangan bidang dengan elemen-elemen dasar yang dipelajari dalam kuliah MEH di Sipil UK Petra, yaitu elemen segitiga regangan konstan (*constant strain triangular element, CST*) dan elemen isoparametrik segiempat empat-titik (*isoparametric four-node quadrilateral element, Q4*). Bahasa pemrograman yang digunakan mencakup HTML, PHP, dan JavaScript dan JQuery. Pengembangan program dilakukan dalam dua tahap, yaitu program untuk analisis struktur rangka bidang dan program untuk analisis tegangan/regangan bidang. Hasil pengembangan program tahap pertama dan kedua dapat diakses masing-masing di URL ta29.petra.ac.id dan ta36.petra.ac.id.

Karena keterbatasan tempat, tulisan ini ditujukan kepada fitur edukatif dan verifikasi program yang dikembangkan dalam tahap pertama, yaitu ta29.petra.ac.id. Pertama ditinjau secara singkat langkah-langkah perhitungan MEH, yaitu metode kekakuan langsung. Selanjutnya disajikan fitur dari program [ta29](http://ta29.petra.ac.id) yang dapat memperlihatkan hasil setiap langkah perhitungan MEH. Setelah itu disajikan hasil verifikasi program tersebut.

2. METODE KEKAKUAN LANGSUNG

Metode kekakuan langsung (*direct stiffness method, DSM*) merupakan implementasi dari metode elemen hingga yang paling luas digunakan (Cook et al. 2002; Felippa 2013; Hutton 2004; Logan 2007). Dalam metode ini, persamaan keseimbangan struktur dinyatakan dalam bentuk matriks

$$\mathbf{KD} = \mathbf{F} \quad (1)$$

di mana \mathbf{K} adalah matriks kekakuan struktur, \mathbf{D} adalah vektor (matriks kolom) perpindahan titik-titik nodal, dan \mathbf{F} adalah vektor gaya pada titik-titik nodal. Yang diketahui dari persamaan ini adalah matriks kekakuan \mathbf{K} , sebagian elemen dari vektor perpindahan \mathbf{D} , dan sebagian elemen dari vektor gaya \mathbf{F} , sedangkan yang dicari adalah elemen-elemen vektor \mathbf{D} dan \mathbf{F} yang belum diketahui. Persamaan ini dirakit (*assembled*) dari persamaan-persamaan keseimbangan seluruh elemen yang membentuk struktur itu, yaitu adalah

$$\mathbf{k}^e \mathbf{d}^e = \mathbf{f}^e \quad \text{untuk } e=1, 2, \dots, N_{el} \quad (2)$$

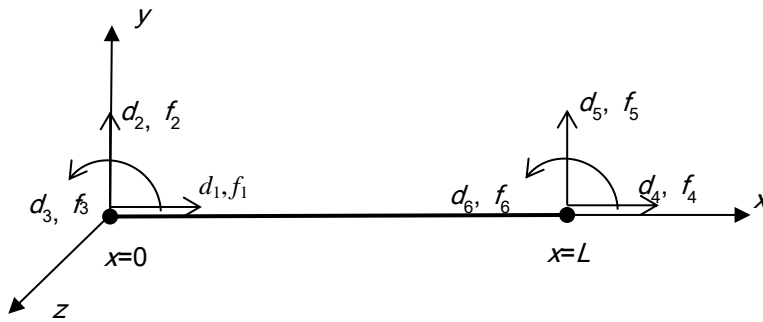
di mana \mathbf{k}^e adalah matriks kekakuan elemen e , \mathbf{d}^e adalah vektor perpindahan titik-titik nodal elemen e , dan \mathbf{f}^e adalah vektor gaya pada titik-titik nodal elemen e , N_{el} adalah jumlah seluruh elemen.

Elemen rangka dua dimensi dalam program ta29.petra.ac.id diperlihatkan pada Gambar 1. Vektor-vektor perpindahan dan gaya nodal elemen didefinisikan sbb.:

$$\mathbf{d} = \{d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad d_4 \quad d_5 \quad d_6\}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{f} = \{f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5 \quad f_6\}^T \quad (4)$$

Elemen ini dianggap terbuat dari material yang homogen dan isotropik dengan modulus elastisitas E dan rasio Poisson ν , serta luas penampang A dan momen inersia penampang terhadap sumbu yang melalui bidang netral dan sejajar sumbu z adalah I . Matriks kekakuan elemen ini adalah (Cook et al. 2002; Logan 2007)



Gambar 1. Elemen rangka dua dimensi, perpindahan dan gaya nodal

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 12C_2 & 6C_2L & 0 & -12C_2 & 6C_2L \\ 0 & 6C_2L & (4 + \varphi)C_2L^2 & 0 & -6C_2L & (2 - \varphi)C_2L^2 \\ -C_1 & 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & -12C_2 & -6C_2L & 0 & 12C_2 & -6C_2L \\ 0 & 6C_2L & (2 - \varphi)C_2L^2 & 0 & -6C_2L & (4 + \varphi)C_2L^2 \end{bmatrix} \quad (5a)$$

dengan

$$C_1 = \frac{EA}{L} \text{ dan } C_2 = \frac{EI}{L^3(1+\varphi)}, \quad \varphi = \frac{12EI}{k_sAGL^2} \quad (5b)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5c)$$

Dalam persamaan ini G adalah modulus geser dan k_s adalah faktor koreksi geser yang bergantung kepada bentuk penampang, misalnya untuk penampang berbentuk segiempat $k_s=5/6$. Matriks kekakuan elemen rangka batang (*truss element*) dapat dipandang sebagai kasus khusus dari elemen rangka dengan $I=0$ dan semua rotasi pada titik nodal dimatikan (yakni, semua rotasi titik nodal ditentukan sama dengan nol pada awal analisis).

Di kelas MEH Sipil UK Petra, pengajaran DSM dimulai dengan elemen-elemen sederhana, yaitu elemen pegas, elemen (rangka) batang dalam satu, dua dan tiga dimensi. Setelah itu metode yang sama diterapkan untuk elemen-elemen balok, rangka bidang dua dimensi, tegangan/regangan bidang CST dan Q4. Untuk dapat memahami DSM, penulis percaya bahwa mahasiswa perlu mengalami sendiri langkah-langkah perhitungan DSM dengan memecahkan masalah analisis struktur yang derajat kebebasannya tidak terlalu besar sehingga masih mungkin dikerjakan secara semi-manual (diberikan sebagai tugas kuliah MEH). Dalam pengerjaan DSM ini mahasiswa umumnya melakukan perhitungan matriks dengan *programmable calculator* atau perangkat lunak Matlab (“MathWorks - MATLAB and Simulink for Technical Computing” n.d.). Keberadaan program ta29.petra.ac.id dan ta36.petra.ac.id dapat dimanfaatkan antara lain untuk mengecek hasil-hasil perhitungan semi-manual tersebut dan untuk lebih memahami DSM dalam bentuk yang lebih dekat kemiripannya seperti pada program-program MEH komersial.

3. FITUR EDUKATIF PROGRAM ANALISIS STRUKTUR RANGKA

Tampilan awal dari halaman situs <http://ta29.petra.ac.id>, adalah seperti pada Gambar 2. Situs ini dilengkapi dengan panduan lengkap tentang teori yang digunakan, bagaimana menggunakan program, dan hasil-hasil verifikasi. Panduan ini terdapat di dalam menu “*Direct Stiffness Method*”.

Seperti pada pekerjaan analisis struktur umumnya, maka pengguna program ta29.petra.ac.id perlu terlebih dahulu menyiapkan data lengkap untuk analisis statik linier yang meliputi geometri struktur (koordinat titik nodal dan konektivitas elemen), geometri dan material setiap elemen (luas penampang A , momen inersia I , modulus elastisitas E , rasio Poisson ν , dan faktor koreksi geser k_s), kondisi tumpuan, dan beban luar (gaya atau perpindahan/rotasi titik nodal). Contoh data lengkap untuk analisis portal sederhana diperlihatkan pada Gambar 3. Karena program ta29 dirancang untuk digunakan untuk pelajar pemula, maka tidak seperti pada program-program MEH modern yang memakai cara pemasukan data secara grafis, cara pemasukan data pada ta29 dilakukan secara numerik seperti pada program-program komersial MEH di era tahun 80-an. Satuan yang dipakai harus konsisten untuk semua data. Fitur pemasukan data secara numerik ini diharapkan dapat menjembatani pemahaman perhitungan analisis struktur secara manual dan perhitungan menggunakan program MEH modern. Selain itu pelajar dilatih untuk berhati-hati terhadap satuan yang digunakan.



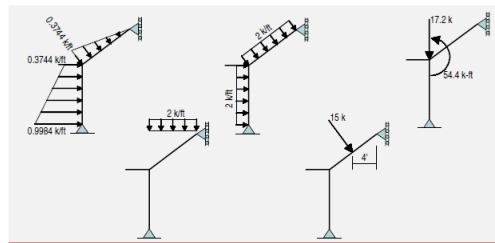
Introduction to Finite Element Method

Civil Engineering Department - Petra Christian University

[HOME](#)

[DIRECT STIFFNESS METHOD](#)

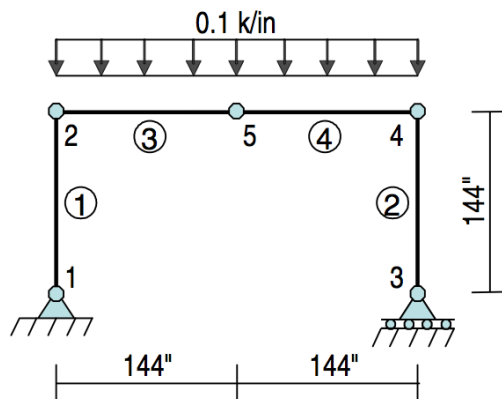
[ABOUT US](#)



Welcome! This site has features that help you understanding the Direct Stiffness Method. This website is the stepping-stones for the development of internet-based computational program for learning and research of Finite Element Method.

"The Direct Stiffness Method (DSM) is by far the most common implementation of Finite Element Method (FEM). In particular, all major commercial FEM codes are based on DSM." - Felippa

Gambar 2. Tampilan awal website



Material Properties :

$$E = 29,900 \text{ k/in}^2$$

$$\nu = 0.3$$

Section Properties :

$$A = 9.12 \text{ in}^2$$

$$I = 110 \text{ in}^4$$

$$k_s = 0.25$$

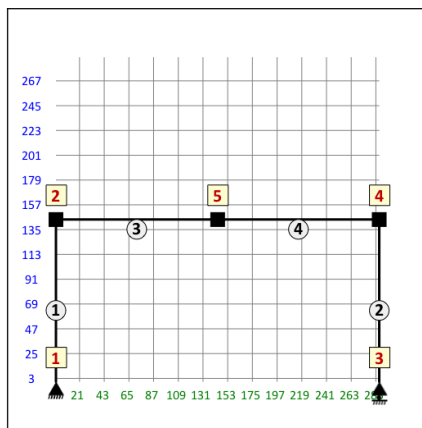
Gambar 3. Contoh data untuk analisis statik struktur (diambil dari Computers & Structures, 2007)

Setelah data dimasukkan secara *online*, seperti pada program-program MEH umumnya, pengguna segera dapat melihat gambar *undeformed shape* berdasarkan *input* yang dimasukkan (Gambar 4). Selanjutnya pengguna program mengeksekusi perhitungan dan akan mendapatkan hasil-hasil perhitungan dalam setiap langkah DSM, yaitu:

1. Matriks kekakuan elemen dalam koordinat global dan lokal, sebagai contoh lihat Gambar 5
2. Matriks kekakuan global (Gambar 6)
3. Vektor gaya dan perpindahan titik nodal sebelum solusi persamaan (1) (Gambar 8)
4. Partisi matriks kekakuan, perpindahan, dan gaya, sebagai contoh lihat Gambar 7
5. Vektor gaya dan perpindahan titik nodal setelah solusi persamaan (1) (Gambar 9)
6. Gaya-gaya pada titik nodal elemen, sebagai contoh lihat Gambar 10
7. Grafik gaya-gaya dalam elemen, sebagai contoh lihat Gambar 11
8. Gambar struktur terdeformasi (Gambar 12)

Dengan tersedianya hasil-hasil dari setiap langkah perhitungan DSM akan membantu pelajar MEH dalam mengecek hasil perhitungan yang dilakukan secara semi-manual. Selain itu dengan tersedianya program ini secara *online*, pelajar MEH tidak perlu meng-*install* program apapun ke dalam komputernya, cukup hanya dengan tersedianya koneksi internet.

Undeformed Shape



Pre-Assembly Phase

Element #1

k[^] Matrix :

	1	2	3	4	5	6
1	1893.66667	0	0	-1893.66667	0	0
2	0	12.32319	887.26975	0	-12.32319	887.26975
3	0	887.26975	86723.69977	0	-887.26975	41043.14422
4	-1893.66667	0	0	1893.66667	0	0
5	0	-12.32319	-887.26975	0	12.32319	-887.26975
6	0	887.26975	41043.14422	0	-887.26975	86723.69977

Gambar 5. Tampilan matriks kekakuan elemen 1

Gambar 4. Tampilan gambar undeformed shape

Assembly Phase

Assembly K Matrix :

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	12.32319	0	-887.26975	-12.32319	0	-887.26975	0	0
2	0	1893.66667	0	0	-1893.66667	0	0	0
3	-887.26975	0	86723.69977	887.26975	0	41043.14422	0	0
4	-12.32319	0	887.26975	1905.98986	0	887.26975	0	0
5	0	-1893.66667	0	0	1905.98986	887.26975	0	0
6	-887.26975	0	41043.14422	887.26975	887.26975	173447.39954	0	0
7	0	0	0	0	0	0	12.32319	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1893.66667
9	0	0	0	0	0	0	-887.26975	0
10	0	0	0	0	0	0	-12.32319	0
11	0	0	0	0	0	0	0	-1893.66667
12	0	0	0	0	0	0	-887.26975	0
13	0	0	0	-1893.66667	0	0	0	0
14	0	0	0	0	-12.32319	-887.26975	0	0
15	0	0	0	0	887.26975	41043.14422	0	0

Gambar 6. Tampilan matriks kekakuan global

Modification Phase

Matrix Partition

$$K_{aa} \times da + K_{ap} \times dp = Fa$$

86723.69977	887.26975	0	41043.14422	0	0	0	0	0
887.26975	1905.98986	0	887.26975	0	0	0	0	0
0	0	1905.98986	887.26975	0	0	0	0	0
41043.14422	887.26975	887.26975	173447.39954	0	0	0	0	0
0	0	0	0	12.32319	-887.26975	-12.32319	0	-887.26
0	0	0	0	-887.26975	86723.69977	887.26975	0	41043.1
0	0	0	0	-12.32319	887.26975	1905.98986	0	887.26
0	0	0	0	0	0	0	1905.98986	-887.26
0	0	0	0	-887.26975	41043.14422	887.26975	-887.26975	173447.3
0	-1893.66667	0	0	0	0	-1893.66667	0	0
0	0	-12.32319	-887.26975	0	0	0	-12.32319	887.26
0	0	887.26975	41043.14422	0	0	0	-887.26975	41043.1

Gambar 7. Tampilan partisi matriks kekakuan global

- Pre-Solution Phase

F (unsolved)		d (unsolved)	
F1x	= F1x	d1x	= 0
F1y	= F1y	d1y	= 0
M1	= 0	Ø1	= Ø1
F2x	= 0	d2x	= d2x
F2y	= -7.2	d2y	= d2y
M2	= -172.8	Ø2	= Ø2
F3x	= 0	d3x	= d3x
F3y	= F3y	d3y	= 0
M3	= 0	Ø3	= Ø3
F4x	= 0	d4x	= d4x
F4y	= -7.2	d4y	= d4y
M4	= 172.8	Ø4	= Ø4
F5x	= 0	d5x	= d5x
F5y	= -14.4	d5y	= d5y
M5	= 0	Ø5	= Ø5

Gambar 8. Tampilan vektor gaya dan perpindahan titik nodal *sebelum* solusi

- Solution Phase

F (solved)		d (solved)	
F1x	= 0	d1x	= 0
F1y	= 14.4	d1y	= 0
M1	= 0	Ø1	= -0.03026
F2x	= 0	d2x	= 4.35778
F2y	= -7.2	d2y	= -0.0076
M2	= -172.8	Ø2	= -0.03026
F3x	= 0	d3x	= 8.71555
F3y	= 14.4	d3y	= 0
M3	= 0	Ø3	= 0.03026
F4x	= 0	d4x	= 4.35778
F4y	= -7.2	d4y	= -0.0076
M4	= 172.8	Ø4	= 0.03026
F5x	= 0	d5x	= 4.35778
F5y	= -14.4	d5y	= -2.77076
M5	= 0	Ø5	= 0

Gambar 9. Tampilan vektor gaya dan perpindahan titik nodal *setelah* solusi

- Post-Processing Phase

- Internal Forces (f)

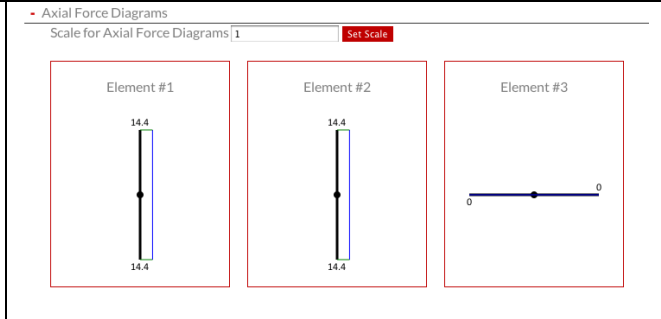
Element #1

f1x	14.4	f2x	-14.4
f1y	0	f2y	0
m1	0	m2	0

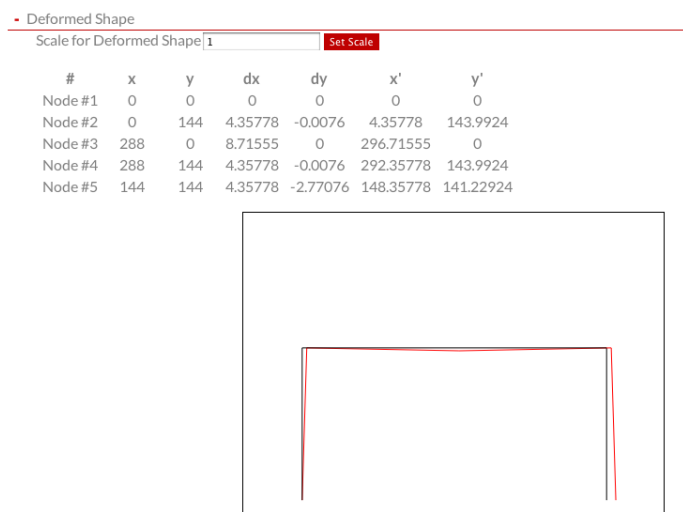
Element #2

--	--	--	--

Gambar 10. Tampilan gaya-gaya pada titik nodal elemen



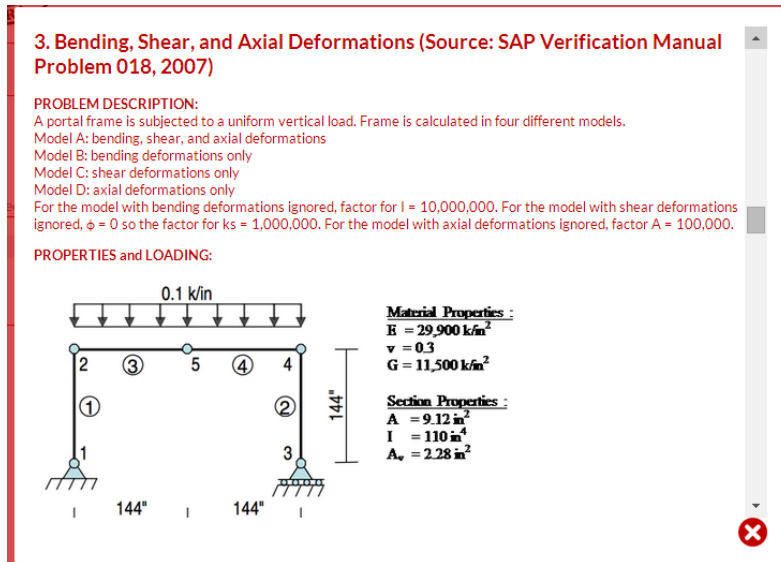
Gambar 11. Tampilan grafis gaya aksial pada setiap elemen



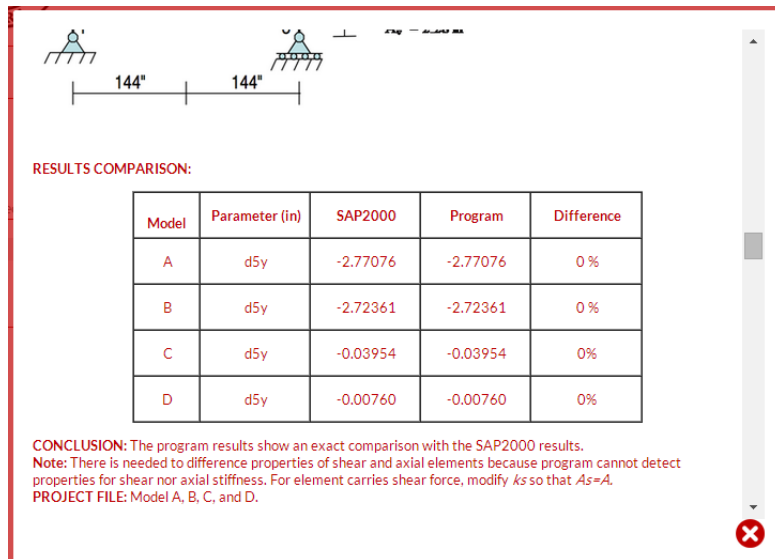
Gambar 12. Tampilan deformasi struktur

4. VERIFIKASI PROGRAM

Program ta29 telah diverifikasi dengan menggunakan sejumlah masalah struktur rangka dan rangka batang yang terdapat dalam berbagai sumber (Virgin and Soekresno 2013), terutama Computers & Structures (2007). Verifikasi ini mencakup berbagai aspek kritis dari program seperti pengaruh berbagai macam beban, pembebanan perpindahan tumpuan, berbagai macam deformasi (lentur, aksial, geser), berbagai jenis struktur (termasuk rangka batang), dan analisis struktur yang tidak stabil. Hasil-hasil verifikasi menunjukkan bahwa perhitungan berjalan dengan baik untuk semua kasus yang ditinjau (lihat laporan verifikasi secara *online*). Contoh laporan verifikasi untuk meninjau pengaruh berbagai macam deformasi diperlihatkan pada Gambar 13 dan 14.



Gambar 13. Tampilan layar verifikasi



Gambar 14. Tampilan layar verifikasi (lanjutan)

5. KESIMPULAN

Program perhitungan MEH berbasis internet, ta29.petra.ac.id dan ta36.petra.ac.id telah dikembangkan sebagai alat bantu pembelajaran MEH. Kedua program ini memiliki kemampuan untuk memperagakan langkah-langkah perhitungan metode elemen hingga untuk analisis statik linier struktur rangka dua dimensi dan benda tegangan/regangan bidang. Di dalam makalah ini fokus pembahasan ditujukan kepada program ta29. Elemen yang digunakan dalam program ta29 adalah elemen rangka dua dimensi yang memperhitungkan deformasi lentur, geser, dan aksial. Program ini telah diverifikasi kebenaran hasil perhitungannya untuk berbagai jenis struktur dan pembebanan. Hasil verifikasi menunjukkan bahwa ta29 dapat memberikan hasil-hasil yang dapat diandalkan. Manfaat utama dari ta29 adalah dapat diakses siapa saja secara online untuk membantu memahami langkah-langkah perhitungan metode kekakuan langsung.

DAFTAR PUSTAKA

- “Abaqus Overview - Dassault Systèmes.” <http://www.3ds.com/products-services/simulia/portfolio/abaqus/overview/> (October 1, 2013).
- “ADINA - Finite Element Analysis Software.” <http://www.adina.com/index.shtml>.
- “ANSYS - Simulation Driven Product Development.” <http://www.ansys.com/> (October 1, 2013).
- Bathe, K.J. 1996. *Finite Element Procedures*. New Jersey: Prentice-Hall. <http://www.amazon.com/Finite-Element-Procedures-K-J-Bathe/dp/097900490X> (October 1, 2013).
- Chen, Hung-Ming, and Yu-Chin Lin. 2008. “Web-FEM: An Internet-Based Finite-Element Analysis Framework with 3D Graphics and Parallel Computing Environment.” *Advances in Engineering Software* 39(1): 55–68. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965997806002316> (August 8, 2014).
- Computers & Structures. 2007. “SAP2000 Verification Manual.”
- . “SAP2000 Overview.” <http://www.csiberkeley.com/sap2000> (May 28, 2013).
- Cook, Robert D., David S. Malkus, Michael E. Plesha, and Robert J. Witt. 2002. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. 4th ed. John Wiley & Sons, Ltd.
- Felippa, Carlos A. 2013. “Introduction To Finite Element Methods (ASEN 5007) Course Material.” <http://www.colorado.edu/engineering/cas/courses.d/IFEM.d/> (October 1, 2013).
- Hutton, David V. 2004. *Fundamentals of Finite Element Analysis*. McGraw-Hill Higher Education. http://books.google.com/books/about/Fundamentals_of_Finite_Element_Analysis.html?id=QEDDjwEACAAJ&pgis=1 (October 7, 2013).
- Littlejohn, Allison, and Chris Pegler. 2007. *Preparing for Blended E-Learning*. Oxon and New York: Routledge.
- Logan, Daryl L. 2007. *A First Course in the Finite Element Method*. 4th ed. Toronto: Nelson.
- “MathWorks - MATLAB and Simulink for Technical Computing.” <https://www.mathworks.com/> (August 8, 2014).
- “Open System for Earthquake Engineering Simulation - Home Page.” <http://opensees.berkeley.edu/index.php> (October 1, 2013).
- Pontjoharyo, Welly, and Danny Wijaya. 2014. “Pengembangan Program Analisis Struktur Berbasis Internet Untuk Pembelajaran Dan Penelitian Metode Elemen Hingga.” Petra Christian University.
- “SeismoSoft - SeismoStruct.” <http://www.seismosoft.com/en/SeismoStruct.aspx> (October 1, 2013).
- Virgin, Stefani, and Ferdiana Soekresno. 2013. “Pengembangan Website Untuk Pembelajaran Analisis Struktur Rangka Dengan Metode Kekakuan Langsung.” Petra Christian University.
- Welch, Ronald W, and Stephen J Ressler. 2002. “Opening the Black Box : The Direct Stiffness Method Uncovered.” In *The 2002 American Society for Engineering Education Annual Conference and Exposition*, <http://search.asee.org>.
- Weng, Wei-Chu. 2011. “Web-Based Post-Processing Visualization System for Finite Element Analysis.” *Advances in Engineering Software* 42(6): 398–407. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965997811000317> (August 8, 2014).
- Wong, F.T., and Liliana. 2014. *Pengembangan Program Perhitungan Berbasis Web Untuk Pembelajaran Dan Penelitian Metode Elemen Hingga*. Surabaya.