Matematika I

TUJUAN :

Mampu mengenal dan memahami konsep-konsep dasar matematika yang diperlukan untuk merumuskan dan memecahkan masalah-masalah matematis dalam bidang Teknik Sipil

MATERI

1. Sistem Bilangan
2. Pertidaksamaan dan Nilai Mutlak
3. Fungsi dan Model Matematika
4. Persamaan Polinomial
5. Vektor dan Geometri Ruang

6. Limit dan Kontinuitas

7. Turunan Fungsi

8. Penerapan Turunan

BOBOT PENILAIAN

1.	Tugas	10%
2.	Test	20%
3.	UTS	30%
4.	UAS	40%

REFERENSI

1. Stewart, James.
   CALCULUS
   4th Ed. or newer ed.

2. Purcell, E. & Varberg, D.
CALCULUS
8th Ed. or newer ed.

3. Horton, Hostetler & Munn
COLLEGE ALGEBRA
Concepts and Models, 1992

PERATURAN

1. Toleransi keterlambatan 15 menit.

2. Cellular Phone dimatikan, paling tidak dalam mode SILENT.

3. Menjaga ketenangan dalam kelas

4. Kehadiran minimum : 50%. (termasuk sakit, izin, dll.)

SISTEM BILANGAN

Sistem Bilangan yang paling sederhana adalah Sistem Bilangan ASLI. Sistem bilangan asli dinotasikan sebagai ($\mathbb{N}$)

contoh : 1, 2, 3, 4, 5, ...

Kita dapat melakukan operasi pada sistem bilangan asli :

1. Penjumlahan $\quad 2 + 3 = 5$
2. Perkalian $\quad 2 \times 3 = 6$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & + & 3 & = & 5 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (\mathbb{N}) & & (\mathbb{N}) & & (\mathbb{N}) \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ 2 & \times & 3 & = & 6 \end{array}$$

Operasi penjumlahan dan perkalian pada sistem bilangan asli disebut SISTEM BILANGAN ASLI TERTUTUP.

Apabila pada sistem bilangan asli ditambahkan operasi pengurangan (kebalikan dari operasi penjumlahan) seperti berikut :

$5 - 3 = 2 \rightarrow (\mathbb{N})$, akan tetapi :
$3 - 5 = -2 \rightarrow$ Bukan ($\mathbb{N}$)

Dengan adanya bilangan Negatif yang Bukan Bilangan Asli ($\mathbb{N}$), maka sistem bilangan ini diperluas menjadi Sistem Bilangan BULAT

contoh : ...., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...

Sistem Bilangan Bulat (dinotasikan sebagai $\mathbb{Z}$) ini TERTUTUP oleh operasi :

1. Penjumlahan
2. Pengurangan
3. Perkalian

Sistem Bilangan Bulat ini kemudian diperluas lagi dengan operasi pembagian (yang merupakan kebalikan dari operasi perkalian). Sehingga perluasan dari sistem bilangan ini disebut sebagai Sistem Bilangan RASIONAL

Sistem Bilangan Rasional (dinotasikan sebagai $\mathbb{Q}$) tertutup oleh operasi :

1. Penjumlahan , $\quad a + b$
2. Pengurangan , $\quad a - b$
3. Perkalian , $\quad a \times b$
4. Pembagian , $\quad a \div b$ dengan syarat $b \neq 0$

$\frac{a}{\ }$, $b \neq 0$

(*) Bilangan Rasional adalah bilangan yang dapat ditulis sebagai hasil bagi antara dua bilangan bulat.

contoh : $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \ldots$

(*) Bilangan Rasional adalah bilangan yang dapat ditulis dengan desimal berulang.

contoh : 0,750000 . . . 0,333 . . .

2,3434 . . . 5,347272 . . .

Kedua definisi diatas sebetulnya sama saja (ekuivalent), sebab :

1). Setiap desimal berulang dapat ditulis sebagai hasil bagi dua bilangan bulat.

contoh :

$$2{,}343434\ldots$$

$$= 2 + \frac{34}{100} + \frac{34}{100^2} + \frac{34}{100^3} + \frac{34}{100^4} + \ldots$$

$$= 2 + \frac{34}{100}\underbrace{\left(1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \frac{1}{100^3} + \ldots\right)}_{\text{deret geometri dengan } a = 1 \,;\, r = \frac{1}{100}}$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{a}{1-\frac{1}{100}} = \frac{1}{99/100} = \frac{100}{99}$$

$$= 2 + \frac{34}{100}\left(\frac{100}{99}\right)$$

$$= 2 + \frac{34}{99} = \frac{232}{99} \;/\!/$$ $\rightarrow$ hasil bagi dari dua bilangan asli

Cara lain :

$x = 2{,}343434\ldots$ (1), maka :

$100x = 234{,}3434\ldots$ (2)

Eliminasi antara (1) dan (2), didapat :

$$\begin{array}{rcl} 100x & = & 234{,}343434\ldots \\ x & = & 2{,}343434\ldots \\ \hline 99x & = & 232 \end{array} \quad -$$

$$x = \frac{232}{99} \;/\!/$$

2). Setiap hasil bagi antara dua bilangan bulat selalu dapat ditulis sebagai desimal berulang.

contoh : $\frac{4}{7}$;

$$
\begin{array}{r l}
7\,\overline{)\,4{,}0} & = 0{,}571428\ldots \\
\underline{35}\;- & \\
50 & \\
\underline{49}\;- & \\
10 & \\
\underline{7}\;- & \\
30 & \\
\underline{28}\;- & \\
20 & \\
\underline{14}\;- & \\
60 & \\
\underline{56}\;- & \\
4 & \longrightarrow \text{Sisanya selalu berulang}
\end{array}
$$

$\frac{2}{5} = 0{,}4000\ldots \longrightarrow$ Angka nol berulang

Sistem Bilangan Rasional TIDAK DAPAT memecahkan semua persoalan matematis. Contoh :

1). Menyelesaikan Persamaan Kuadrat.

misal :

$$x^2 - 2 = 0$$

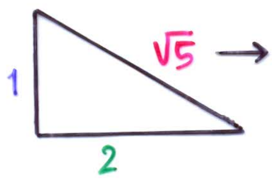
$$x^2 = 2$$

$$x_1 = \sqrt{2} \; ; \; x_2 = -\sqrt{2}$$

Bukan Bil. Rasional

2). Panjang sisi miring segitiga siku-siku

misal :



$\longrightarrow$ Bilangan Irasional

3). Contoh lain :

- $\pi = 3{,}1415926535\ldots$
- $e = 2{,}718281828\ldots$
- $\sqrt[3]{6} = 1{,}817120593\ldots$

Sistem Bilangan Rasional dan Tak Rasional (Irasional) yang dapat mengukur panjang dinamakan :

SISTEM BILANGAN REAL (R)

Bilangan Real dapat digambarkan dalam sebuah garis yang disebut Garis Bilangan

Titik-titik pada garis bilangan adalah gambar dari suatu bil. real.

Terdapat pemetaan 1-1 antara R & titik² pd gar. bil.

KALKULATOR

- Alat bantu menghitung yang bekerja dengan jumlah digit (desimal) yang terbatas.
- Untuk bilangan-bilangan irasional, kalkulator menampilkannya dalam bentuk desimal dengan jumlah yang terbatas.

Contoh :

$\sqrt{3} \simeq 1,7320508075$

CONTOH LATIHAN SOAL

Sederhanakan bentuk bilangan di bawah ini :

1. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^{-2}$

$= \left(\frac{2}{2\sqrt{2}} - \frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^{-2}$

$= \left(-\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^{-2}$

$= \frac{1}{\left(-\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^{2}} = \frac{1}{\frac{9}{8}} = \frac{8}{9}$ //

2. $\frac{x^3-8}{2x-4}$

$= \frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{2\cancel{(x-2)}}$

$= \frac{1}{2}(x^2+2x+4)$ //

Apakah sistem bil. real sudah cukup untuk memecahkan semua persoalan ?

BILANGAN KOMPLEKS

Perhatikan sistem persamaan kuadrat berikut :

$$x^2 + 1 = 0$$
$$x^2 = -1$$
$$x = \sqrt{-1} \longrightarrow \text{Bukan Bilangan Real}$$

Nilai $\sqrt{-1}$ didefinisikan sebagai Bilangan Imajiner (i)

Kombinasi antara bilangan real dengan kelipatan bilangan imajiner membentuk sebuah sistem bilangan yang disebut Bilangan Kompleks

Bilangan kompleks dapat ditulis dalam bentuk :

$I = a + bi$, dengan syarat $a, b \in \mathbb{R}$, $a = 0$, $b \neq 0$.

Kesamaan : $a + bi = c + di$
$\Leftrightarrow a = c$ dan $b = d$

Penjumlahan / Pengurangan : $(a + bi) \pm (c + di)$
: $(a + c) \pm (b + d)i$

Perkalian : $(a + bi)(c + di)$
: $ac + (ad)i + (bc)i + bd\,i^2$
: $(ac - bd) + (ad + bc)i$

$$\left.\begin{matrix} a + bi \\ a - bi \end{matrix}\right\} \text{Konjugasi}$$

$$(a + bi)(a - bi)$$
$$= a^2 - ab\,i + ab\,i - b^2 i^2$$
$$= a^2 + b^2$$

Pembagian :

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{a + bi}{c + di} \cdot \frac{c - di}{c - di}$$
$$= \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$$

CONTOH SOAL :

Nyatakan dalam bentuk $a + bi$ dari bilangan di bawah ini :

$$\frac{2+3i}{4-2i} = \frac{2+3i}{4-2i} \cdot \frac{4+2i}{4+2i}$$

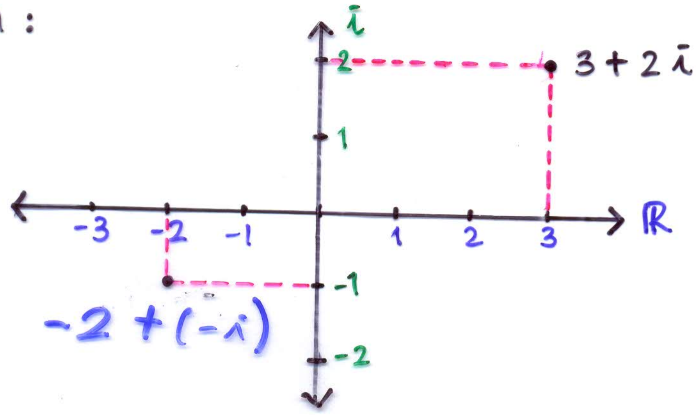
$$= \frac{8+4i+12i+6i^2}{16-4i^2}$$

$$= \frac{8+16i-6}{16+4}$$

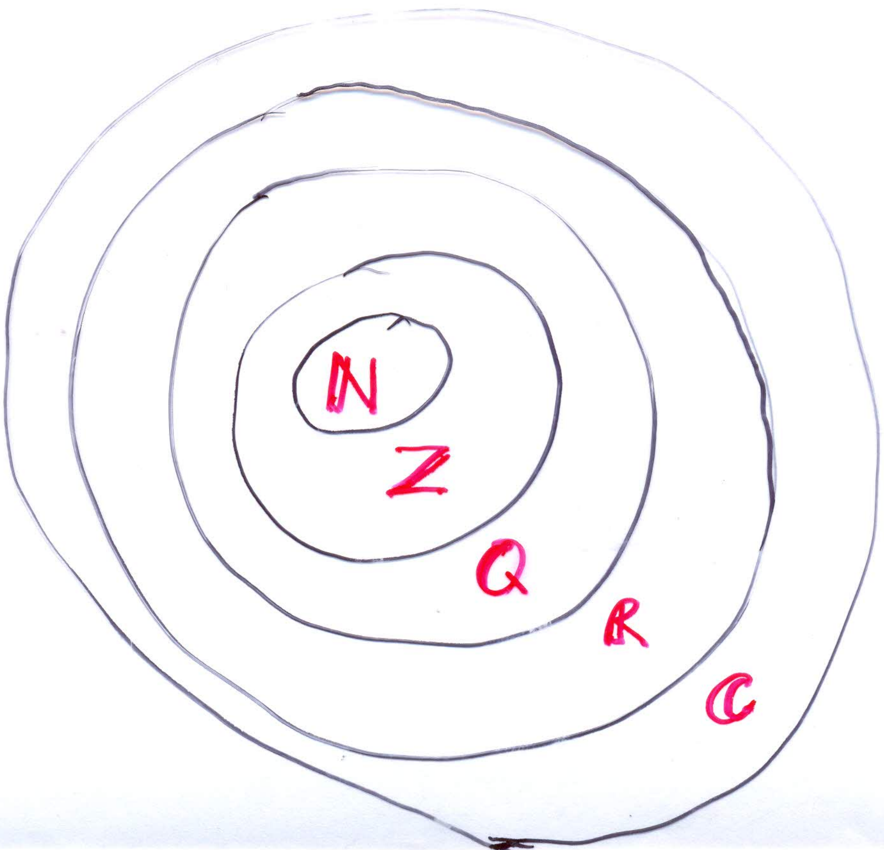
$$= \frac{2+16i}{20} = \frac{1}{10} + \frac{4}{5}i$$

Bentuk bilangan kompleks $a + bi$ dapat direpresentasikan ke dalam suatu titik-titik pada Argond Diagram.

Contoh :



RINGKASAN : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$



RESPONSI I :

① Benar atau Salah?

a) $-2 < -20$

b) $1 > -39$

c) $-3 < \frac{5}{9}$

d) $-4 > -16$

e) $\frac{6}{7} < \frac{34}{39}$

f) $-\frac{5}{7} < -\frac{44}{59}$

② Ubah menjadi bentuk $\frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

$1,23123123\ldots$

③ Cari bilangan irrational antara π dan $22/7$

4. Sederhanakan bil. kompleks ini:

$$\frac{(21-7i)(4+3i)}{(2-5i)^2}$$

5. $(-1+\sqrt{-3})^2$

6. Solve

$$5z^2+6z+3=0$$

and plot the solution in the complex plane!